

# 経路設計のための制御入力の多目的ロバスト最適化

田久保勇志<sup>†</sup>, 金崎雅博<sup>††</sup>,

ジョージア工科大学 航空宇宙工学部<sup>†</sup>, 東京都立大学 システムデザイン学部<sup>††</sup>

## 1 はじめに

最適化における目的関数を複数持つような最適化問題を多目的最適化問題と呼ぶ。これらの問題に対しては、複数の目的関数に跨るトレードオフを同時に記述できるパレート解を求める多目的進化計算 [1]が効果的であり、航空宇宙工学分野の諸問題にも広く用いられている [2, 3, 4, 5, 6, 7]。

そうした一方で、目的関数値を決定論的に求めた多目的最適化の解が希求水準に達していたとしても、入力パラメータや目的関数値を求める際の条件の不確定性により、必ずしも実用的な設計解になるとは限らない。最適化の中で不確定性を考えることは、実用的な設計を行う上で重要な課題である。予想される不確定性に対するロバストな設計手法に関する研究は多く [8, 9], 多目的最適化においても同様である [10]。

特に、航空機の経路設計 [11]における多目的最適化に対して、(1)多目的最適化に適した定式化、(2)ロバスト性を考慮した拘束式の考慮、そして(3)時系列情報の効率的な処理、の3つをすべて満たす最適化手法が望まれている。しかし、ロバスト性を考慮した確率論的な拘束は、通常の拘束よりも数が非常に多いため、計算コストが膨大になることが課題である。

本研究では、多目的進化的アルゴリズム(MOEA, Multi-objective Evolutionary Algorithm)に多項式カオス展開(PCE, Polynomial Chaos Expansion) [12]を導入したロバストな最適化手法を提案する。PCEは、特定の確率分布に従う(即ち不確定性を含む)変数を引数に持つ未知の関数を、対応する(既知の)直交基底関数の線形和で近似する手法であり、uncertainty analysisにおいて広く用いられている [13]。本手法では制約をMOEAの個体(軌道)生成における運動計算評価と、制約付き進化計算アルゴリズムによる制約処理評価に切り分けることで、効率的な制約処理を含むロバスト多目的最適化を可能にした。この手法を適用して、本

稿では超音速旅客機(SuperSonic Transport: SST)機の着陸における最適化 [14]を行う。

本稿は以下、次のように構成する。第2章では関連研究を示す。第3章では時系列データに対応する多目的ロバスト最適化問題について、第4章ではPCEをEAに統合した、提案する最適化手法を説明する。第5章では、SST機着陸のための空力-飛行連成問題に手法を適用した結果を紹介し、第6章を結言とする。

## 2 関連研究

時系列データに対するロバスト最適化の定式化は航空機の上昇軌道 [15], 衝突回避 [16, 17]や運航計画 [18], ファン・デル・ポール振動子 [19]及び火星着陸機 [20]など広範に渡るが、これらすべての過去文献は単目的最適化での研究に留まっている。

EAを用いたロバスト最適化手法として、エリート個体選別に着目した手法が提案されている [21, 22]が、これらの論文では制約なし最適化問題を解いており、飛行経路設計のような拘束の多い問題には適さない。

文献 [23] では、旅客機の運航計画における航空機経路設計のための、不確定性を含む制約なし多目的最適化問題を、MOEAを用いて解いている。文献 [24]では宇宙機軌道に対する多目的ロバスト最適化問題を、最悪のケースに対するサロゲートモデルを用意することで解いている。

## 3 時系列データに対するロバスト最適化の問題設定

本章では一般的な時系列データに対するロバスト最適化問題の定式化を示す。ロバスト性を考慮しないdeterministicな時系列データに対する多目的最適化問題は次式で表される。

Find  $\mathbf{X}(t)$ , so that

$$\min \{f_1(\mathbf{X}(t)), \dots, f_n(\mathbf{X}(t))\}$$

subject to

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{Y}}(t) &= \mathbf{F}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{X}(t), t) \\ \mathbf{g}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{X}(t), t) &\leq 0 \\ \mathbf{h}(\mathbf{Y}(t), \mathbf{X}(t), t) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで $\mathbf{X}(t)$ は制御入力を示す時系列の設計変数、 $\mathbf{Y}(t)$ は状態変数、 $f_n$ は目的関数、 $\mathbf{g}$ と $\mathbf{h}$ はそれぞれ等式・不等式制約を示す。本論文で取り扱う飛行経路最適化においては、 $\mathbf{g}$ は(飛行中の)経路条件、 $\mathbf{h}$ は始端・終端条件を表す。

問題(1)に不確定性パラメータ $\xi$ を考慮することで、最適化問題は以下ようになる。

Find  $\mathbf{X}(t)$ , so that

$$\min \{f_1(\mathbf{X}(t), \xi), \dots, f_n(\mathbf{X}(t), \xi)\} \quad (2a)$$

subject to

$$\dot{\mathbf{Y}}(t, \xi) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t) \text{ a. s.} \quad (2b)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t) \leq 0 \text{ a. s.} \quad (2c)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t) = 0 \text{ a. s.} \quad (2d)$$

本研究では不確定性 $\xi$ の影響を受けない(即ちadaptiveではなくrobustな)設計変数を最適化することを考えることとし、 $\mathbf{X}(t)$ は $\xi$ を引数に含めない。

式(2)から、具体的に本稿で検討する不確定性を含むSST機着陸時のロバストな飛行経路制御問題は次の通り定式化できる。

Find  $\mathbf{X}(t) = \delta_e(t)$ , so that

$$\max \{t_f, x(t_f)\} \quad (3a)$$

subject to

$$\dot{\mathbf{Y}}(t, \xi) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t) \text{ a. s.} \quad (3b)$$

$$\sigma(t_f(s)) \leq \epsilon_1, \quad \sigma(x(t_f, \xi)) \leq \epsilon_2 \quad (3c)$$

$$z(t_f) = 0 \quad (3d)$$

$$\mathbf{Y}(t_0) = \mathbf{Y}_{ini} \quad (3e)$$

$$\delta_{e_{lb}} \leq \delta_e(t) \leq \delta_{e_{ub}} \text{ a. s.} \quad (3f)$$

$$M_{lb} \leq M(t) \leq M_{ub} \text{ a. s.} \quad (3g)$$

$$\alpha_{lb} \leq \alpha(t) \leq \alpha_{ub} \text{ a. s.} \quad (3h)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} x \\ z \\ u \\ w \\ \theta(\text{姿勢角}) \\ q(\text{角速度}) \end{bmatrix} \quad (3e)$$

$\mathbf{F}$ は航空機の運動方程式を表す [14]。本問題では制御入力(設計変数)はエレベータの舵角 $\delta_e$ に与える。 $M$ は巡航マッハ数、 $\alpha$ は迎角、 $(x, z)$ 、 $(u, w)$ はそれぞれ固定座標系における位置と速度、 $\mathbf{Y}_{ini}$ は状態変数の初期値である。 $\epsilon_1$ と $\epsilon_2$ は終端条件に対しての標準偏差であり、これは設計者によって定義される。

本問題では、飛行時間 $t_f$ 及び飛行距離 $x(t_f)$ との二目的最適化問題を考える。不確定性 $\xi$ として主流速度に対する風の擾乱を考える。更に、本問題では目的関数が風の擾乱によって変化することを踏まえ、それぞれの目的関数の、不確定性に基づく標準偏差を拘束に入れることでロバスト性を評価することを考える。

#### 4 ロバスト最適化への適用手法の考え方と手順

本章では、確率的な拘束を持つ最適化問題(2)をdeterministicな問題として処理する手法を概説する。

#### 4.1 非動的拘束式の処理

前章で議論した多目的ロバスト最適化問題(2)に対して、文献 [15]に従って以下のような、非動的拘束(2c)、(2d)のロバスト化を考える。

Find  $\mathbf{X}(t)$ , so that

$$\min \{f_1(\mathbf{X}(t), \xi), \dots, f_n(\mathbf{X}(t), \xi)\} \quad (4a)$$

subject to

$$\dot{\mathbf{Y}}(t, \xi) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t) \text{ a. s.} \quad (4b)$$

$$\mu(\mathbf{g}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t)) \leq 0 \quad (4c)$$

$$\sigma(\mathbf{g}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t)) \leq \epsilon_g \quad (4d)$$

$$\mu(\mathbf{h}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t)) = 0 \quad (4e)$$

$$\sigma(\mathbf{h}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t)) \leq \epsilon_h \quad (4f)$$

$\mu$ 及び $\sigma$ は平均と標準偏差を表す。(2c)及び(2d)における“a.s. (almost surely)”な(即ち確率論的な)拘束を平均と標準偏差の2本の拘束にすることで、deterministicな拘束(4c)-(4f)に置換している。拘束式(4b)は未だ確率論的な拘束である。

#### 4.2 多項式カオス展開

Stochasticな動的拘束(2b)をdeterministicな拘束式にするために、non-intrusive 多項式カオス展開 (Polynomial Chaos Expansion: PCE) [15]の概念を導入する。

次式に示す微分方程式の非線形性が強い時、これを確率分布 $\xi$ に対して一般に解くことは困難である。

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, \xi) \quad (5)$$

したがって、時系列の状態変数 $\mathbf{Y}(t, \xi)$ を直交基底関数 $\phi(\xi)$ の線形和で近似することを考える。

$$\mathbf{Y}(t, \xi) \cong \sum_{i=0}^p \tilde{Y}_i(t) \phi_i(\xi) \quad (6)$$

ここで $i$ は近似の階数であり、上式では $p$ 次の近似となる。 $\phi_i$ は直交性を示し、即ち $\phi_i(\xi)\phi_j(\xi)$ の式(7)に示す期待値に対して、 $\rho(\xi)$ は式(8)に示す確率密度関数を満たす。

$$\langle \phi_i(\xi), \phi_j(\xi) \rangle = \int \phi_i(\xi)\phi_j(\xi)\rho(\xi)d\xi \quad (7)$$

$$\langle \phi_i(\xi), \phi_j(\xi) \rangle = \langle \phi_i(\xi)^2 \rangle \delta_{ij} \quad (8)$$

ここで、 $\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタである。 $\xi$ の確率分布と直交基底関数 $\phi$ 、及びそれに対応する $\rho$ は一対一対応をしている [25]。

non-intrusive PCE より、式(6)の係数 $\tilde{Y}_i(t)$ は

$$\tilde{Y}_i(t) = \frac{1}{\langle \phi_i(\xi)^2 \rangle} \int \mathbf{Y}(t, \xi)\phi_i(\xi)\rho(\xi)d\xi \quad (9)$$

であり、tensor-product quadrature ruleを用いると、

$$\tilde{Y}_i(t) = \sum_{s_1=1}^l \dots \sum_{s_q=1}^l \mathbf{Y}(t, \xi_{s_1}, \dots, \xi_{s_q}) \frac{\phi_i(\xi_{s_1}, \dots, \xi_{s_q})}{\langle \phi_i(\xi)^2 \rangle} \prod_{j=1}^q w_j \quad (10)$$

と表される。ここで、 $\xi = [\xi_{s_1}, \dots, \xi_{s_q}]$ であり、 $l$ は $\xi$ の範

圏内で取る積分点の数,  $q$ は $\xi$ の次元数(問題内で取り扱う不確定性の数),  $w_j$ は各々の積分点に対応する重みを示している. quadrature ruleより, 区間内に用意する積分点の数, 積分点の位置, および対応する重み $w_j$ は一対一対応をしている [25].

以上より, non-intrusive PCE と quadrature rule から, 式(10)の右辺における未知部分は $\mathbf{Y}(t, \xi_{s_1}, \dots, \xi_{s_q})$ のみとなる. この項は全ての不確定性パラメータが固定しているため, 適切な初期値を与えた, 複数の $t$ についての微分方程式(11)として解くことができる.

$$\frac{d\mathbf{Y}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{Y}, \xi_{s_1}, \dots, \xi_{s_q}) \quad (11)$$

したがって, 制約式(3b)は

$$\dot{\mathbf{Y}}(t, \xi_k) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}(t, \xi_k), \mathbf{X}(t), t) \quad k = 1, \dots, M \quad (12)$$

となる. ここで,  $M$ はPCEとquadrature ruleに基づいて, 式(10)において必要とされる, ベクトル $\xi$ における要素の組み合わせの数であり,  $M = l^q$ となる. 即ち, 一本の制約式(4b)を $l^q$ 本の制約式に書き換えることで, ロバスト性を担保したdeterministicな定式化を行っている.

以上をもって, 最適化問題を表す式(4)は式(13)に示すdeterministicな問題へと書き換えることができる..

Find  $\mathbf{X}(t)$ , so that

$$\min \{f_1(\mathbf{X}(t), \xi), \dots, f_n(\mathbf{X}(t), \xi)\} \quad (13a)$$

subject to

$$\dot{\mathbf{Y}}(t, \xi_k) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}(t, \xi_k), \mathbf{X}(t), t) \quad k = 1, \dots, M \quad (13b)$$

$$\mu(\mathbf{g}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t)) \leq 0 \quad (13c)$$

$$\sigma(\mathbf{g}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t)) \leq \epsilon_g \quad (13d)$$

$$\mu(\mathbf{h}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t)) = 0 \quad (13e)$$

$$\sigma(\mathbf{h}(\mathbf{Y}(t, \xi), \mathbf{X}(t), t)) \leq \epsilon_h \quad (13f)$$

### 4.3 MOEAの適用

最適化問題を, 多目的最適化を行うためにMOEAに統合することを考える. EAは, 各世代において生成された個体群を評価し, 選択, 交叉, 淘汰, 突然変異を繰り返すことで, 適応度(目的関数)が良い個体群が生き残り, 最終的に個体群の分布が, パレート最適解に漸近していくことを趣旨としたアルゴリズムである. EAは多目的最適化に対して有効な最適化手法として知られており, 制約付き多目的最適化問題を効果的に解く手法として, CNSGA-II [26]による事例が多い. 本論文でもCNSGA-IIを用いる.

式(12)で示される $M$ 本の動的な制約条件は, それぞれが動的な微分方程式であり, 即ち同一の制御入力(i. e., EAにおける一個体)に対してFig. 1のように,  $M = l^q$ 個の軌道を与えることができる. これらを計算し, 結果を集約することで一つの評価値を与える.

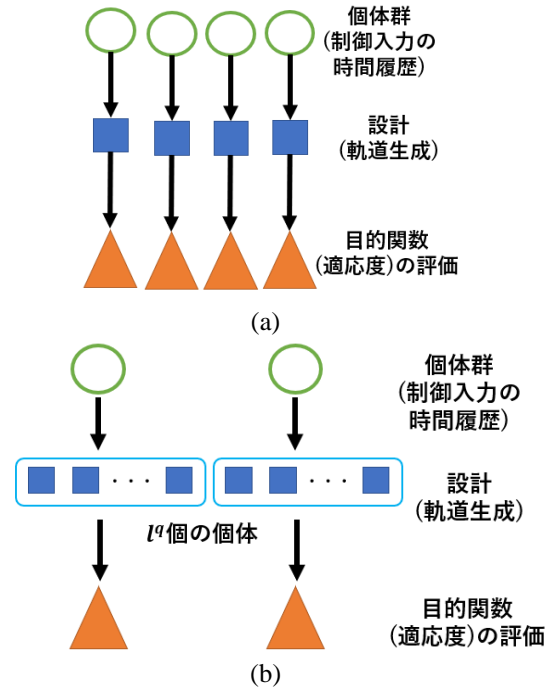


Fig. 1 適応度の評価方法. (a) は一般的なMOEAの個体生成, (b) は提案手法における個体生成を示している.

EAを用いることの大きな利点として, 個体の生成が評価に先んじるため, 個体生成と評価の2つのフェーズで, 段階的に制約を処理できる点にある. 即ち, 一個体としての軌道が生成されるごとに必ず動的な微分方程式(運動方程式)及び初期条件は満たされており, 経路条件を満たしているかは各時間点で逐次的に確認できる. 軌道を生成した後, 静的な終端条件のみがCNSGA-IIの制約処理によって評価される.

### 4.4 離散時間への拡張

前述したように, 運動方程式を連続的に(解析的に)解くのは非常に難しく, したがって動的な微分方程式(運動方程式)を数値的解法(ルンゲ・クッタ法等)と組み合わせることを本手法では採用する. 厳密には, 微分方程式を離散的に解くことによって制約も離散化するため, 経路条件は離散時間点においてのみ保証されるが, 離散時間の区間 $\Delta t$ を微小化していった時の最適化結果を比較することで, 帰納的に連続時間における制約の成立を推定することができる.

## 5 SST機着陸の多目的ロバスト最適化問題への適用

### 5.1 SST機着陸多目的ロバスト最適化問題

本章では, 提案手法のSST機着陸に伴う多目的ロバスト最適化問題への適用例および最適化結果を議論

する. 式(3)に示すSST機ロバスト着陸最適化問題及び, PCEを用いたロバスト最適化手法(13)を纏め, 今回のケーススタディに用いるSST機着陸最適化問題を式(14)に示す. 制約条件は, CNSGA-IIにより制約満足解を探索する条件と, 運動方程式を解くことにより評価の段階で満足される制約とに分けられる.

Find  $\mathbf{X}(t)$ , so that

$$\max \{t_f, x(t_f)\} \quad (14a)$$

subject to

制約群 I: CNSGA-IIに処理される制約

$$\sigma(t_f(\xi)) \leq 50[s], \quad \sigma(x(t_f, \xi)) \leq 500[m] \quad (14b)$$

制約群 II: 運動計算評価のための制約

$$\dot{\mathbf{Y}}(t, \xi_k) = \mathbf{F}(\mathbf{Y}(t, \xi_k), \mathbf{X}(t), t) \quad k = 1, \dots, M \quad (14c)$$

$$z(t_f + \Delta t) \leq 0 [m] \quad (14d)$$

$$\mathbf{Y}(t_0) = \begin{bmatrix} x_0 \\ z_0 \\ u_0 \\ w_0 \\ \theta_0 \\ q_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0[m] \\ 2500[m] \\ 118.5[m/s] \\ 10.7[m/s] \\ 0[^\circ] \\ -25.9[^\circ/s] \end{bmatrix} \quad (14e)$$

$$-50^\circ \leq \delta_e(t) \leq 10^\circ \quad (14f)$$

$$0.1 \leq M(t) \leq 0.5 \quad (14g)$$

$$-5^\circ \leq \alpha(t) \leq 21^\circ \quad (14h)$$

運動方程式(14c)を離散化して解いていることにより, 制約(14d)は等式制約は不等式制約として取り扱われる. (14c)および(14e)はルンゲクッタ法による微分方程式の数値解法により満足され, 経路条件(14d), (14f)-(14h)は各時間点において評価される.(3f)-(3h)では“a.s.(almost surely)”として表したが, (14f)-(14h)の拘束式は離散時間の各時間点ですべて制約が満たされることから, “a.s.”とは表記しない.

この定式化で特徴的なことは, PCEによって生成される複数の軌道をEAの各個体で一つの評価値とする点である. それぞれの軌道は運動計算評価を通して個別に生成され, 複数の軌道の平均と標準偏差(13c), (13d)ではなく, (2c)の形にて制約群IIが満足される. これにより, (14f)-(14h)に示されるように, 状態変数及び入力の経路条件は平均と標準偏差ではなく, 各時間点における不等式のみによって評価される. したがって, 飛行時の制約条件を満足しなくなった個体(軌道)に対しては, その時点で軌道生成を中止し, 実行不可能な個体として棄却される. これにより, 軌道生成後は制約群Iのみが制約処理の対象となり, CNSGA-IIにフィードバックされる罰則項としての拘束の数が大幅に削減できる.

(14c)に関して, 4.2で導出した  $\tilde{\mathbf{Y}}_i(t)$  を用いて,  $\mathbf{Y}(t, \xi)$  の標準偏差は,

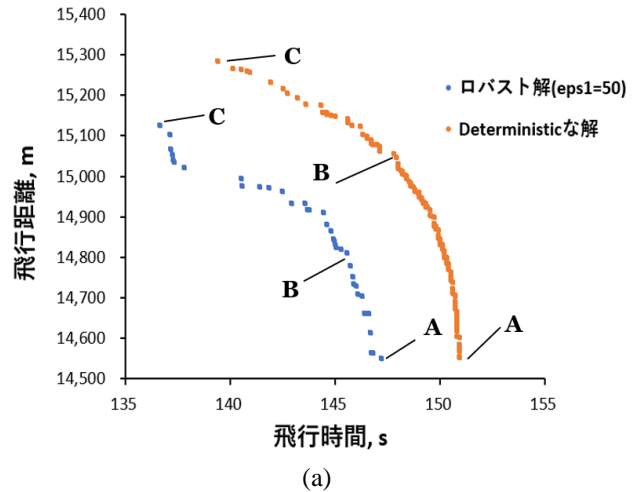
$$\sigma(\mathbf{Y}(t, \mathbf{s})) = \sqrt{\sum_{i=1}^p \langle \phi_i(\xi)^2 \rangle \tilde{\mathbf{Y}}_i(t)^2}$$

と表される [15]. これによって, 不等式制約(13c)をPCEによって代替することができる.

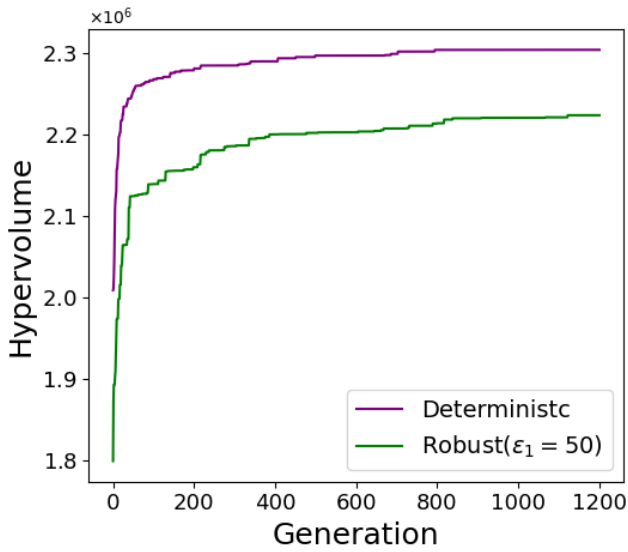
本問題では, 不確定性  $\xi$  は風の擾乱の一変数 ( $q = 1$ ) とし,  $\xi \in [-2, 2]m/s$  の範囲で一様分布を取ることとする. 一様確率分布に対応する直交基底関数は Legendre 多項式となる [25]. 最適化の実行にあたって, 式(10)に示す, PCEにおける関数近似のために積分点の数は  $l = 6$ , 6式に示す PCE の次数は  $p = 4$  とする. MOEAにはCNSGA-IIを使用し, 30個体, 1200世代の生成を行う. また, 運動計算評価における離散時間幅は  $\Delta t = 0.1s$ , 1秒間における舵角の操作回数は2回とする.

## 5.2 Deterministic な最適化問題との比較

問題(13)の最適化結果による非劣解集合をFig. 2に示す. 比較対象として, 式(1)に基づく deterministic な着陸問題の個体の成長も示し, 最終世代(1200世代目)までの非劣解の個体分布をそれぞれ抽出している. 尚, ロバスト最適化の解の目的関数の分布は, 実行された  $l = 6$  個の目的関数の平均値を取っている. これは, 擾乱の確率分布が一様分布であることによって妥当性が保証されている. 不確定性が複数或いは一様ではない場合, それらを考慮する必要性がある.



(a)

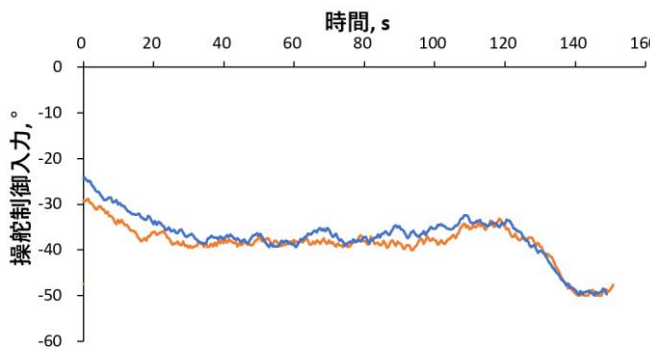


(b)

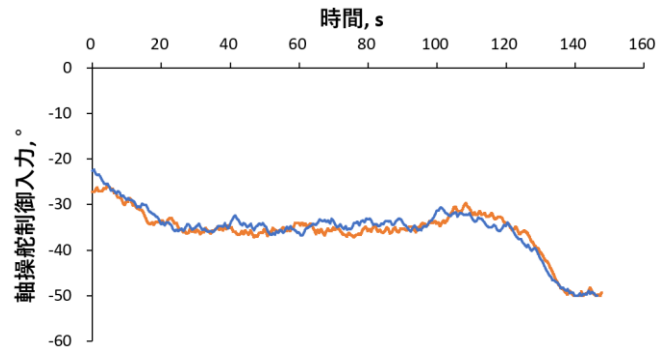
Fig. 2 ロバスト最適化問題の結果. (a)非劣解集合の比較, (b)ハイパーボリュームの比較. 「ロバスト解」はPCEを用いた最適化問題(14)の解を, 「Deterministicな解」は最適化問題(1)に基づいたdeterministicな着陸問題の解を表している.

Fig. 2(a)より, 最適化問題(14)を解くことで, より保守的な非劣解集合が得られた. Fig. 2(b)より, いずれの最適解も十分に収束している. Deterministicな解は飛行距離14,600~15,300m, 飛行時間139~152sの間に非劣解が集合し, ロバスト解には飛行距離14,500~15,200m, 飛行時間137~147sの非劣解が集合した.

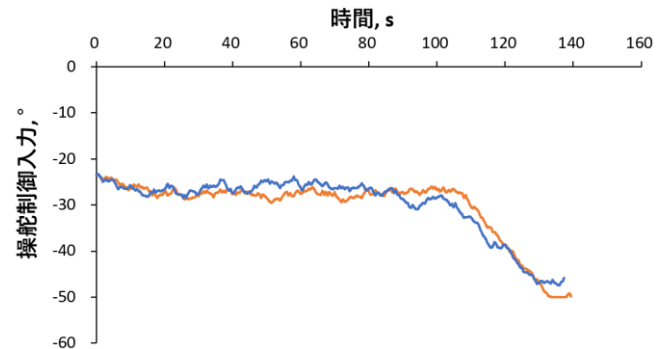
非劣解集合とそれに対応する舵角の制御入力 $\mathbf{X}(t)$ の履歴をFig. 3に示す. Deterministicな非劣解及びロバストな非劣解のうち, Fig. 2(a)から選択した非劣解の両端(A, C)と中央(B)における制御入力履歴をそれぞれ示す.



(a)



(b)



(c)

— ロバスト解  
— Deterministic解

Fig. 3 操舵制御入力の最適解. (a) 解Aにおける操舵履歴, (b) 解Bにおける操舵履歴, (c) 解Cにおける操舵履歴, をそれぞれ示す.

Fig. 3より, ロバスト最適解と, deterministicな最適解(操舵入力)は似た履歴であることが確認できる. 風の擾乱が一様分布であること, さらに風速がSST機の(初期)速度に比べて小さいことが, ロバスト解の制御入力自体には大きな変化をもたらしていないことが考えられる. 一方で, Fig. 2(a)非劣解境界自体にはロバスト化による目的関数の減少を確認でき, 不確定な環境下での期待値が悪化することを確認できる. この問題では, 最終世代の非劣解集合を比較すると, 飛行時間は約4秒, 飛行距離には約200mの差があるため, ロバスト最適化を用いることで, 設計者はこの目的関数の損失を考慮したシステムを設計することができる.

## 5.2 制約条件の感度分析

5.1で定めた(14b)は設計者の意思に基づくものであり, 従ってこの制約を変更したときにどのように収束性が変化するか, 或いは非劣解境界がどのように遷移するかといった感度分析を行うことは重要である. ここでは飛行時間における標準偏差(制約(3c))における $\epsilon_1$ の値を45s, 50s (制約(14c)), 55sに変化させる. それぞれの条件下及びdeterministicな最適化問題の非劣解

境界をFig. 4(a)に示す. また, それぞれの問題での収束性を調べるため, Hypervolumeの世代ごとの遷移をFig. 4(b)に示す. また, 生成された30(個体/世代)\*1200(世代)=36000個体中の非劣解の個体の数をTable 1に示す.

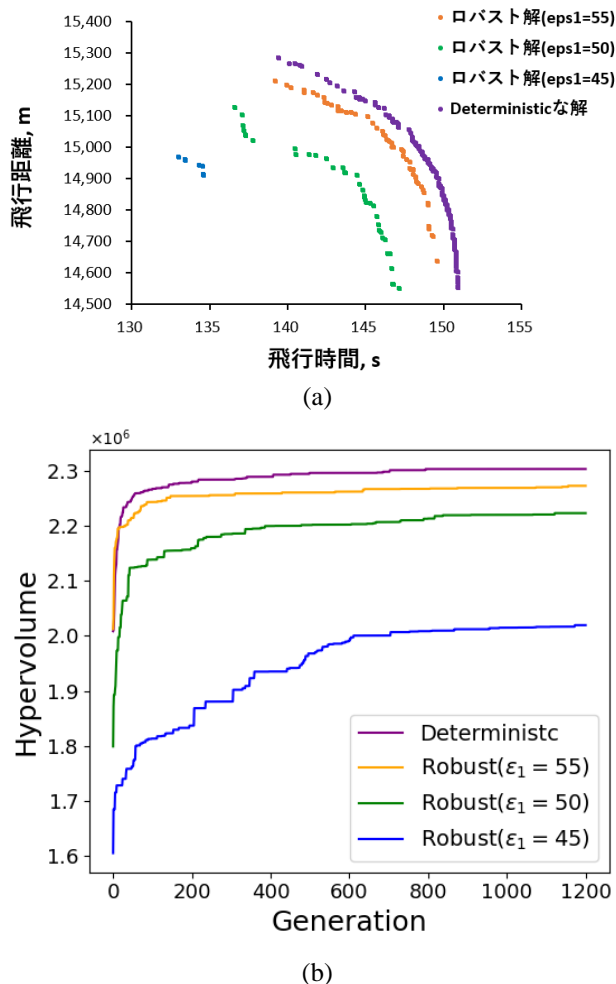


Fig. 5 制約条件を変更した際の最適化結果の遷移.  
(a)非劣解集合, (b)Hypervolumeの履歴.

Table 1: 非劣解の個体数の比較

| 問題                          | 非劣解の個数 |
|-----------------------------|--------|
| ロバスト解 ( $\epsilon_1 = 55$ ) | 8531   |
| ロバスト解 ( $\epsilon_1 = 50$ ) | 8150   |
| ロバスト解 ( $\epsilon_1 = 45$ ) | 220    |
| Deterministicな解             | 13754  |

Fig. 65 より, Hypervolumeが4つ全てのケースで収束していることから, Fig. 4の非劣解集合の妥当性を確認できる. 加えてしかし, 拘束条件を厳しくする( $\epsilon_1$ を小さくする)ほど, Hypervolumeの収束性が悪化し, 最適化に対して計算時間がかかることが確認できる. こ

れは, Table 1に示される非劣解の数, 即ち拘束が厳しくなるほど非劣解の数が減ることからも確認できる.

また, 一定以上制約条件を緩和すると( $\epsilon_1 = 55$ ), deterministic な非劣解集合よりも最適方向に向かうパ非劣解の集合を得ることもできる. 加えて, 特に,  $\epsilon_1 = 45$ のケースでは, 制約条件の厳しさ故, 非劣解集合が他のケースに比べて広がらないことが確認できる.  $\epsilon_1 = 45$ と $\epsilon_1 = 50$ の差異は,  $\epsilon_1 = 50$ と $\epsilon_1 = 55$ の差異よりも極端であり, ロバスト最適化にあたっての制約のセンシティブさを露呈している.

## 6 結言

本研究では, 動的な微分方程式を含む経路設計問題における, ロバスト多目的最適化手法を提案した. 従来の単目的最適化における包括的な制約処理に対し, 提案手法では制約をMOEAの個体(軌道)生成における運動計算評価と, CNSGA-II による制約処理評価に切り分けることで, PCEとMOEAを統合させた, ロバスト多目的最適化を可能にした. SST機着陸問題のケーススタディを通して, 制約条件に応じて非劣解集合の境界が移動することを確認し, 更に制約条件が厳しくなるほど収束性が悪くなることを認めた.

将来の研究方向として, 火星飛行機概念設計やスペースデブリ投棄軌道設計など, 不確定性を含む環境下での航空宇宙機の機体の諸元評価への応用が考えられ, 制約付き多目的最適化においてより現実に即したロバスト性を具体的に考慮する手法の更なる研究に繋がることを期待している. また, 提案手法では, 一つの個体に  $M = l^q$ 個の運動計算評価を要求することから, 不確定性の種類増加に応じて最適化にかかる合計の計算時間が指数関数的に増加していく. この問題を解決することも, 将来の研究として考えられる.

## 参考文献

- [1] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan, "A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182-197, 2002.
- [2] A. Arias-Montano, C. A. Coello, and E. Mezura-Montes, "Multiobjective Evolutionary Algorithms in Aeronautical and Aerospace Engineering," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 16, pp. 662-694, 2012.
- [3] 大林茂, "航空機の多目的設計(<特集>遺伝的アルゴリズムの発展)," *人工知能学会誌*, 第18巻, 第5冊, pp. 495-501, 2003.
- [4] 金崎雅博, 千葉一永, 北川幸樹, 嶋田徹, "多目的進化計算による多数回燃焼を行うハイブリッドロケットの性能評価," *進化計算学会論文誌*, 第6巻, 第3冊

- , pp. 137-145, 2015.
- [5] M. Kanazaki, T. Sato, and K. Matsushima, "Parametric Airfoil Representation toward Efficient Design Knowledge Discovery under Various Flow Condition," *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology*, Vol.12, APISAT-2013, pp. 93-98, 2014.
- [6] M. Kanazaki, S. Ito, F. Kanamori, M. Nakamiya, K. Kitagawa, and T. Shimada, "Design optimization of launch vehicle concept using cluster hybrid rocket engine for future space transportation," *Journal of Fluid Science and Technology*, Vol. 11, No. 1, 2016.
- [7] 下山幸治, 大山聖, 藤井孝藏, "多目的シックスシグマ手法の開発と火星航空機翼型ロバスト空力設計への適用," 日本機械学会, 計算力学講演会講演論文集, pp. 189-190, 2006.
- [8] G. Park, T. Lee, K. H. Lee, and K. Hwang, "Robust Design: An Overview," *AIAA Journal*, Vol.44, No. 1, pp. 181-191, 2006.
- [9] X. Du and W. Chen, "Towards a Better Understanding of Modeling Feasibility Robustness in Engineering Design," *Journal of Mechanical Design*, No. 122, Vol. 4, pp. 385-394, 1999.
- [10] K. Deb, and H. Gupta, "Introducing Robustness in Multi-Objective Optimization," *Evolutionary Computation Journal*, Vol. 14, No. 4, pp. 463-494, 2006.
- [11] Y. Wu, "A survey on population-based meta-heuristic algorithms for motion," *Swarm and Evolutionary Computation*, Vol. 62, 2021.
- [12] M. Eldred, C. Webster, and P. Constantine, "Evaluation of Non-Intrusive Approaches for Wiener-Askey Generalized Polynomial Chaos," *49th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*, p. 1892, 2008.
- [13] V. Vittaldev, R. P. Russell and R. Linares, "Spacecraft Uncertainty Propagation Using Gaussian Mixture Models and Polynomial Chaos Expansions," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 39, No. 12, pp. 2615-2626, 2016.
- [14] M. Kanazaki, N. Setoguchi, and R. Saisyo, "Evolutionary Algorithm Applied to Time-Series Landing Flight Path and Control Optimization of Supersonic Transport," *Neural Computing and Applications*, Springer, 2021.
- [15] X. Li, P. B. Nair, Z. Zhang, L. Gao, and C. Gao, "Aircraft robust trajectory optimization using nonintrusive polynomial chaos," *Journal of Aircraft*, Vol. 51, No. 5, pp. 1592-1603, Sep. 2014.
- [16] Y. Matsuno, T. Tsuchiya, J. Wei, I. Hwang, and N. Matayoshi, "Stochastic optimal control for aircraft conflict resolution under wind uncertainty," *Aerospace Science and Technology*, Vol. 43, pp. 77-78, 2015.
- [17] Y. Matsuno, T. Tsuchiya, and N. Matayoshi, "Near-Optimal Control for Aircraft Conflict Resolution in the Presence of Uncertainty," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 39, No. 2, pp. 326-338, 2016.
- [18] D. González-Arribas, M. Soler, and M. Sanjurjo-Rivo, "Robust Aircraft Trajectory Planning Under Wind Uncertainty Using Optimal Control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 41, No. 3, pp. 673-688, 2018.
- [19] J. Fisher, and R. Bhattacharya, "Optimal trajectory generation with probabilistic system uncertainty using polynomial chaos," *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol. 133, No. 1, 2011.
- [20] X. Jiang, "Robust optimization of Mars entry trajectory under uncertainty," *Space Flight Mechanics Meeting*, 2018.
- [21] S. Tsutsui and A. Ghosh, "Genetic algorithms with a robust solution searching scheme," *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 1, No. 3, pp. 201-208, 1997.
- [22] T. Maruyama, and H. Igarashi, "An Effective Robust Optimization Based on Genetic Algorithm," *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, Vol. 44, No. 6, pp. 990-993, 2008.
- [23] D. González-Arribas, M. Sanjurjo-Rivo, and M. Soler, "Multiobjective optimisation of aircraft trajectories under wind uncertainty using GPU parallelism and genetic algorithms," in *Evolutionary and Deterministic Methods for Design Optimization and Control With Applications to Industrial and Societal Problems*, Springer, 2019, pp. 453-466.
- [24] S. G. Marto, M. Vasile, and R. Epenoy, "Multi-Objective Robust Trajectory Optimisation Under Epistemic Uncertainty and Imprecision," *70th International Astronautical Congress*, 2019.
- [25] D. Xiu and G. E. Karniadakis, "The Wiener-Askey Polynomial Chaos for Stochastic Differential Equations," *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 60, No. 4, pp. 897-936, 2002.
- [26] K. Deb, "An efficient constraint handling method for genetic algorithms," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 186, pp. 311-338, 2000.
- [27] K. Shimoyama, A. Oyama and K. Fujii, "A New Efficient and Useful Robust Optimization Approach - Design for Multi-Objective Six Sigma," *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, Vol. 1, pp. 950-957, 2005.